

Übungen zu Mathematik 1
Blatt 2
Zu bearbeiten bis 27.3.2025

Name:	Matrikelnr.:
--------------	---------------------

Pflichtaufgabe. Vergleichen Sie Ihre Lösungen des letzten Aufgabenblatts mit den Musterlösungen.

- Geben Sie die Nummern der Aufgaben an, die Sie richtig bzw. nicht richtig gelöst haben.
- Schreiben Sie jede Aufgabe, die Sie nicht richtig gelöst haben, von der Musterlösung ab und geben Sie an wo Ihr Problem lag (z.B. Rechenfehler, Aufgabenstellung nicht verstanden, Wissenslücke im Stoff der Vorlesung, usw.).

Aufgabe 1. Lösen Sie die folgende Gleichung ohne Taschenrechner.

$$32^x = \sqrt{16\sqrt{8}}.$$

Aufgabe 2. Berechnen Sie ohne Taschenrechner

$$\frac{500^{500}}{250^{250}}.$$

Aufgabe 3. Berechnen Sie die Polynomdivision

$$(x^3 + x + 1) : (2x^2 + 1).$$

Aufgabe 4. Bringen Sie folgenden Term auf einen Bruch und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\frac{x+1}{x}}{x + \frac{1}{x+2}}.$$

Aufgabe 5. Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$\cos(e^x) = 1.$$

Aufgabe 6. Vereinfachen Sie den Term

$$x \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln(3^x)$$

so weit wie möglich.

Aufgabe 7. Vereinfachen Sie den Term

$$\sqrt{e^{4 \ln(\sqrt{x})}}$$

so weit wie möglich.

Aufgabe 8. Welche Aussagen sind wahr? Finden Sie für die falschen Aussagen ein Gegenbeispiel.

- Jede Teilmenge von \mathbb{N} hat ein größtes Element.
- Jede nichtleere Teilmenge von \mathbb{N} hat ein größtes Element.
- Jede nichtleere endliche Teilmenge von \mathbb{N} hat ein größtes Element.
- Jede nichtleere endliche Teilmenge von \mathbb{R} hat ein größtes Element.
- Jede nichtleere Teilmenge von \mathbb{Q} hat ein größtes Element.
- Für zwei beliebige Zahlen $a, b \in \mathbb{Q}$ mit $a < b$ ist die Menge

$$\{x \mid x \in \mathbb{Q} \wedge x > a \wedge x < b\}$$

unendlich.

- Für zwei beliebige Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $a < b$ ist die Menge

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x > a \wedge x < b\}$$

unendlich.

Aufgabe 9. Berechnen Sie die Menge $A \setminus (B \cap C)$ für

$$A = \{2, 5, 7, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 7, 8\}$$

$$C = \{2, 3, 8\}$$

Aufgabe 10. Berechnen Sie die Menge $A \cap (B \setminus C)$ für

$$A = \{2, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 7, 8\}$$

$$C = \{2, 3, 8\}$$

Aufgabe 11. Finden Sie jeweils eine Zahl x so dass gilt

- $x \in \mathbb{Z}$ aber $x \notin \mathbb{N}$
- $x \in \mathbb{Q}$ aber $x \notin \mathbb{Z}$
- $x \in \mathbb{R}$ aber $x \notin \mathbb{Q}$.

Aufgabe 12. Berechnen Sie folgende Mengen:

$$\{11, 2, -3\} \cup \{\{11\}, -3\}$$

$$\{11, 2, -3\} \cap \{\{11\}, -3\}$$

$$\{11, 2, -3\} \setminus \{\{11\}, -3\}$$

Aufgabe 13. Nennen Sie alle Teilmengen der Menge $\{1, 2, 3\}$. Hinweis: Es sind 8 Stück.

Aufgabe 14. Entscheiden Sie von jeder der folgenden Gleichungen ob sie korrekt ist oder nicht. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem Beweis oder einem Gegenbeispiel.

$$(A \times B) \cup C = (A \cup C) \times (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

Aufgabe 15. Sei

$$A = \{1, 2\}, \quad B = \{2, 3\}, \quad C = \{3, 4\}.$$

Berechnen Sie

$$A \cap (B \times C) \text{ und } (A \cap B) \times C.$$

Aufgabe 16. Gegeben seien die Konstantensymbole a, b , die Variablensymbole x, y und die Funktionssymbole f (einstellig) und g (dreistellig). Damit ist z.B.

$$f(g(a, x, f(a)))$$

ein Term. Nennen Sie 5 weitere Terme, die aus den gegebenen Symbolen bestehen. Wie viele Terme lassen sich mit den gegebenen Symbolen konstruieren?

Aufgabe 17. Entscheiden Sie von jeder der folgenden Zeichenketten, ob es sich um einen Term handelt oder nicht.

- $2x - 7$
- $\sqrt{2, \sin(x)}$
- $\sin(x + 3)^2$
- $x^2 = 5 - x$
- $\sin(x + 2)$

Aufgabe 18. Finden Sie alle Wahrheitswerte für F und G so dass die Aussage

$$(F \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow \neg G)$$

wahr ist.

Aufgabe 19. Betrachten Sie die beiden Aussagen:

- Wenn Sie die Hausaufgaben machen, bestehen Sie die Prüfung.
- Wenn Sie die Prüfung nicht bestehen, haben Sie Ihre Hausaufgaben nicht gemacht.

Sind die beiden Aussagen äquivalent? Argumentieren Sie mit Wahrheitstabellen.

Aufgabe 20. Formen Sie den aussagenlogischen Term

$$(F \rightarrow G) \rightarrow H$$

unter Verwendung der Rechengesetze der Aussagenlogik so um, dass kein \rightarrow mehr darin auftritt. Vereinfachen Sie den Term dann so weit wie möglich.

Pflichtaufgabe. Fassen Sie die wichtigsten Vorlesungsinhalte seit der letzten Abgabe übersichtlich auf einer Seite zusammen. Verwenden Sie wenn möglich Bilder. Die Darstellung sollte so sein, dass Sie Ihnen später bei der Klausurvorbereitung hilft. Überlegen Sie sich, wie Sie den Stoff einer dritten Person erklären würden. Oft merkt man dabei, was man selber noch nicht verstanden hat.