Heilbronn, den - Prof. Dr. V. Stahl

# Leistungsnachweis
# Mathematik 1

| | | | |
|---|---|---|---|
| Studiengang: | ASE | Semester: | 1 |
| Hilfsmittel: | keine | Bearbeitungszeit: | 90 Minuten |
| **Name:** | | **Matrikelnr.:** | |
| Punkte: | | Note: | |

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

**Aufgabe 1. (5 Punkte)** Sei $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = x^2 + e^x.$$

Berechnen Sie einen Funktionsterm für die Komposition $f \circ f$. Sie müssen den Funktionsterm nicht vereinfachen.

$(f \circ f)(x) \;=$

**Aufgabe 2. (10 Punkte)** Die Funktion

$$f \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}, \qquad f(x) = e^{1/x}$$

ist bijektiv. Berechnen Sie einen Funktionsterm für die Umkehrfunktion $f^{-1}$ und geben Sie auch an, von wo nach wo $f^{-1}$ abbildet.

$f^{-1} \in$

$f^{-1}(x) \;=$

**Aufgabe 3. (5 Punkte)** Definieren Sie wann eine Funktion $f \in A \to B$ injektiv ist.

**Aufgabe 4. (10 Punkte)** Sei

$$f \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{\ln(x)}.$$

Finden Sie zwei Folgen $x_n$ und $y_n$, die beide gegen 1 konvergieren und für die gilt

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = \infty, \qquad \lim_{n\to\infty} f(y_n) = -\infty.$$

Achten Sie darauf, dass $f(x_n)$ und $f(y_n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ definiert ist.

$x_n =$

$y_n =$

**Aufgabe 5. (10 Punkte)** Berechnen Sie die partiellen Ableitung der Funktion

$$f(x, y) = \frac{e^x + y}{e^{\sin(xy)}}.$$

| |
|---|
| $\frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \;=$ <br><br> $\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \;=$ |

**Aufgabe 6. (10 Punkte)** Berechnen Sie die Linearisierung der Funktion

$$f(x) \quad = \quad \frac{\sin(x)}{x}$$

zum Entwicklungspunkt $\hat{x} = \pi/2$. Bringen Sie das Ergebnis auf die Form

$$\ell(x) \quad = \quad ax + b.$$

| | |
|---|---|
| $a \;=$ | $b \;=$ |

**Aufgabe 7. (10 Punkte)** Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f \in \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) \;=\; \frac{x^2 \sin(x^2) - 1}{x}.$$

| |
|---|
| $F(x) \;=$ |

**Aufgabe 8. (10 Punkte)** Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f \in \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) \;=\; \frac{1}{2x^2 + x}.$$

| |
|---|
| $F(x) \;=$ |

**Aufgabe 9. (10 Punkte)** Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von

$$z = \left(e^{1+j\pi/10}\right)^5.$$

| | |
|---|---|
| $\mathrm{re}(z) =$ | $\mathrm{im}(z) =$ |

**Aufgabe 10. (5 Punkte)** Sei

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie einen Vektor $\vec{z}$, der senkrecht zu $\vec{x}$ und $\vec{y}$ steht.

$\vec{z} =$

**Aufgabe 11. (10 Punkte)** Berechnen Sie

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

Hinweis: Taylor Reihen.

$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2} =$