Heilbronn, den - Prof. Dr. V. Stahl

Leistungsnachweis
Mathematik 1

Studiengang:	ASE	Semester:	1
Hilfsmittel:	keine	Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Name:		**Matrikelnr.:**	
Punkte:		Note:	

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

Aufgabe 1. (10 Punkte) Sei $f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f(x, y) \quad = \quad (x \sin(y), y^2).$$

Berechnen Sie einen Funktionsterm für die Komposition $f \circ f$.

$(f \circ f)(x, y) \ =$

Aufgabe 2. (10 Punkte) Die Funktion $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = 3^x$ ist bijektiv. Berechnen Sie eine Funktionsterm für die Umkehrfunktion von f.

$f^{-1}(x) \ =$

Aufgabe 3. (10 Punkte) Sei $f \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) \quad = \quad \arctan\left({}^1\!/_x\right).$$

Zeigen Sie, dass $f(x)$ an der Stelle $\hat{x} = 0$ keinen Grezwert hat, indem Sie zwei Nullfolgen x_n, x'_n finden mit $x_n \neq 0$, $x'_n \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) \quad \neq \quad \lim_{n\to\infty} f(x'_n).$$

Begründen Sie dann *anschaulich*, weshalb die Funktion $|f(x)|$ einen Grenzwert bei $\hat{x} = 0$ hat und berechnen Sie diesen.

$x_n \quad =$ $\qquad\qquad$ $x'_n \quad =$

$\lim_{n\to\infty} f(x_n) \quad =$ $\qquad\qquad$ $\lim_{n\to\infty} f(x'_n) \quad =$

$\lim_{x\to 0} |f(x)| \quad =$

Begründung:

Aufgabe 4. (10 Punkte) Berechnen Sie das Taylor Polynom $p(x)$ vom Grad 2 zum Entwicklungspunkt $\hat{x} = 0$ von

$$f(x) \quad = \quad \sin(x^2).$$

$p(x) \ =$

Aufgabe 5. (10 Punkte) Sei

$$z \quad = \quad a + jb.$$

Berechnen Sie Realteil und Imaginärteil von $e^{\overline{z}}$.

$\mathrm{re}(e^{\overline{z}}) \ =$
$\mathrm{im}(e^{\overline{z}}) \ =$

Aufgabe 6. (10 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen von

$$z^3 - 1 - j \quad = \quad 0.$$

$\mathbb{L} \ =$

Aufgabe 7. (10 Punkte) Berechnen Sie

$$\mathrm{re}(\ln(1 + j))$$

und vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

$\mathrm{re}(\ln(1 + j)) \ =$

Aufgabe 8. (10 Punkte) Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) \quad = \quad \frac{x^2 + 1}{x(x^2 - 1)}.$$

$F(x) \ =$

Aufgabe 9. (10 Punkte) Berechnen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) \quad = \quad \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution

$$g(x) \quad = \quad \frac{\sin(x)}{x}.$$

$F(x) \ =$

Aufgabe 10. (10 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen $\vec{x}$ der Gleichung $A\vec{x} = \vec{b}$ für

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie die Lösungsmenge als Summe aus einem Ortsvektor und beliebigen Linearkombinationen von Richtungsvektoren dar.

$\mathbb{L} \ =$