Heilbronn, den - Prof. Dr. V. Stahl

Leistungsnachweis
Mathematik 2

Studiengang: ASE	Semester: 2
Hilfsmittel: 5 DIN-A4 Seiten	Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Name:	**Matrikelnr.:**
Punkte:	Note:

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

Aufgabe 1. (4 Punkte) Sei $f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ und $g \in \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 + x_2 \\ -x_2 \end{pmatrix}, \qquad g\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_3 + x_1 \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie eine Matrix A so dass

$$g(f(\vec{x})) = A\vec{x} \text{ für alle } \vec{x}.$$

$A =$

Aufgabe 2. (4 Punkte) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y'y - 2xe^{(x^2)} = 0.$$

$y =$

Aufgabe 3. (5 Punkte) Berechnen Sie eine partikuläre Lösung der DGL

$$y'' + 2y' + 5y = \cos(2x).$$

$y =$

Aufgabe 4. (5 Punkte) Gegeben ist die lineare DGL

$$y' + \tan(x)y = \frac{1+\sin(x)}{\cos(x)}, \qquad -\pi/2 < x < \pi/2.$$

Die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen DGL ist

$$y_H(x) = K\cos(x).$$

Berechnen Sie damit die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL.

Hinweis:

$$\int \frac{1}{\cos^2(x)}dx = \tan(x) + C.$$

$y =$

Aufgabe 5. (6 Punkte) Sei $f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die $T = 2$-periodische Funktion mit

$$f(t) = e^t \text{ für } 0 \leq t \leq 2$$

und $f(t+2) = f(t)$ für alle t. Berechnen Sie die komplexen Fourier Koeffizienten z_k von f. Stellen Sie die Koeffizienten in kartesischen Koordinaten dar, d.h. berechnen Sie deren Real- und Imaginärteil.

$\mathrm{re}(z_k) =$
$\mathrm{im}(z_k) =$

Aufgabe 6. (6 Punkte) Berechnen Sie die Fourier Transformierte von

$$f(t) = e^{jt/2}\cos(t-1).$$

Hinweis: Nutzen Sie die Rechengesetze für die Fourier Transformation und

$$\cos(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \pi(\delta(\omega-1)+\delta(\omega+1)).$$

$$\boxed{F(\omega) \ = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Aufgabe 7. (4 Punkte) Sei

$$[S(f)]\,(t) \quad = \quad f(t^2).$$

Ist S linear? Schreiben Sie zunächst sauber auf, was Sie zeigen müssen und begründen Sie dann Ihre Antwort.

Zu zeigen:

Linearität erfüllt ☐ / nicht erfüllt ☐ da