Heilbronn, den - Prof. Dr. V. Stahl

Leistungsnachweis
Mathematik 2

Studiengang:	ASE	Semester:	2
Hilfsmittel:	5 DIN-A4 Seiten	Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Name:		**Matrikelnr.:**	
Punkte:		Note:	

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

Aufgabe 1. (5 Punkte) Für eine lineare Funktion $f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gilt

$$\begin{aligned} f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} &= 3 \\ f\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} &= 5. \end{aligned}$$

Berechnen Sie eine Matrix A so dass

$$f(\vec{x}) = A\vec{x}$$

für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$.

$A =$

Aufgabe 2. (10 Punkte) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$2e^y y' - \sin(x)^2 \cos(x) = 0.$$

$y =$

Aufgabe 3. (10 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$y' + (1 + x^2)y \quad = \quad e^{-x^3/3}.$$

Die zugehörige homogene DGL hat die allgemeine Lösung

$$y \quad = \quad Ke^{-x-x^3/3}, \quad K \in \mathbb{R}.$$

$y \ =$

Aufgabe 4. (10 Punkte) Sei

$$[S(f)]\,(t) \quad = \quad 1 + f(t-1).$$

Ist S linear? Schreiben Sie zunächst sauber auf, was Sie zeigen müssen und begründen Sie dann Ihre Antwort.

Zu zeigen:

Linearität erfüllt ☐ / nicht erfüllt ☐ da

Aufgabe 5. (10 Punkte) Die 4-periodische Funktion $f(t)$ ist definiert durch

$$f(t) \quad = \quad \delta(t-1) + 2\delta(t-2)$$

falls $0 \leq t < 4$ und $f(t+4) = f(t)$ für alle t.

Berechnen Sie die komplexen Fourier Koeffizienten z_k von $f(t)$ für beliebiges $k \in \mathbb{Z}$.

Geben Sie dann z_0, z_1, z_2 und z_3 in kartesischen Koordinaten an und vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

$z_k \;=$
$z_0 \;=$
$z_1 \;=$
$z_2 \;=$
$z_3 \;=$

Aufgabe 6. (10 Punkte) Sei

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$g(t) = f(t)\cos(t).$$

Berechnen Sie die Fourier Transformierte von $f(t)$ und von $g(t)$ und vereinfachen Sie die Ergebnisse so weit wie möglich.

$F(\omega) \;=$
$G(\omega) \;=$