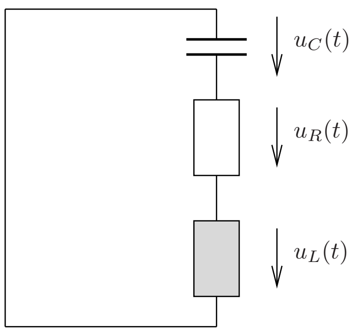
Heilbronn, den -　　　　　　　　　Prof. Dr. V. Stahl

Leistungsnachweis
Mathematik 3

Studiengang: ASE	Semester: 3
Hilfsmittel: 5 DIN-A4 Seiten	Bearbeitungszeit: 120 Minuten
Name:	**Matrikelnr.:**
Punkte:	Note:

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

Aufgabe 1. (5 Punkte) Gegeben sei folgender Schwingkreis, der aus einem ohmschen Widerstand R, einer Spule L und einem Kondensator C besteht:



Zum Anfangszeitpunkt $t = 0$ sei

$$\begin{aligned} i(0) &= 0 \\ q(0) &= q_0 \end{aligned}$$

wobei $i(t)$ die Stromstärke und $q(t)$ die Ladung des Kondensators zum Zeitpunkt t ist.

Stellen Sie eine Formel für die Laplace Transformierte $I(s)$ der Stromstärke $i(t)$ auf.

$I(s) \; =$

Aufgabe 2. (2 Punkte) Berechnen Sie die z-Transformierte der Folge

$$f_k = \langle 0, 2, -3, 2,\ 0, 2, -3, 2, \ldots \rangle,$$

d.h.

$$f_0 = 0, \quad f_1 = 2, \quad f_2 = -3, \quad f_3 = 2, \quad f_{k+4} = f_k \text{ für } k \in \mathbb{N}_0.$$

Vereinfachen Sie das Ergebnis so, dass keine negativen Exponenten von z auftreten.

$F(z) \; =$

Aufgabe 3. (2 Punkte) Sei f_k eine Folge mit z-Transformierter

$$F(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2}}{1 + z^{-3}}.$$

Berechnen Sie durch Polynomdivision die Werte f_0, f_1, f_2, f_3, f_4.

$f_0 \; =$

$f_1 \; =$

$f_2 \; =$

$f_3 \; =$

$f_4 \; =$

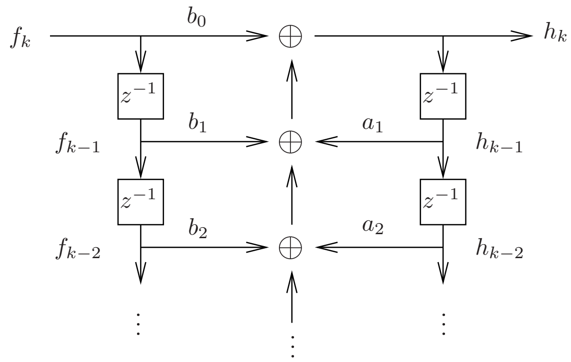
Aufgabe 4. (1 Punkte) Sei S ein System, das eine Folge f wie folgt transformiert:

$$[S(f)]_k \quad = \quad \sum_{i=-\infty}^{k} 3^i f_i.$$

Berechnen Sie die Impulsantwort $S(\delta)$ des Systems.

$S(\delta)_k \ =$

Aufgabe 5. (5 Punkte) Die Struktur eines rekursiven Filters ist wie folgt:



Berechnen Sie die Koeffizienten a_k und b_k so dass der Filter die Impulsantwort

$$g_k \quad = \quad \sigma_k \, k^2$$

hat. Hinweis:

$$\sigma_k \, k^2 \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}.$$

$a \ =$

$b \ =$

Aufgabe 6. (7 Punkte) Berechnen Sie die allgemeine Lösung des DGL Systems

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 2x_1(t) \\ x_2'(t) &= x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \\ x_3'(t) &= -x_1(t) + x_2(t) + x_3(t). \end{aligned}$$

$\vec{x}(t) \;=$

Aufgabe 7. (7 Punkte) Berechnen Sie die Matrix e^{At} für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$e^{At} \;=$

Aufgabe 8. (3 Punkte) Berechnen Sie das Taylor Polynom vom Grad 2 der Funktion

$$f(x,y) = \frac{\sin(y^2)}{x}$$

zum Entwicklungspunkt $\hat{x} = 1$, $\hat{y} = 0$.

$p(x,y) \;=$