

## Leistungsnachweis Mathematik 3

Studiengang: ASE	Semester: 3
Hilfsmittel: 5 DIN-A4 Seiten	Bearbeitungszeit: 120 Minuten
<b>Name:</b>	<b>Matrikelnr.:</b>
Punkte:	Note:

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

**Aufgabe 1. (10 Punkte)** Berechnen Sie die Laplace Transformierte von

$$f(t) = \sigma(t)t \sin(t+2).$$

Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

$F(s) =$

**Aufgabe 2. (10 Punkte)** Berechnen Sie die inverse  $z$ -Transformierte  $f_k$  von

$$F(z) = \left( \frac{z}{z-1} \right)^2.$$

$f_k =$

**Aufgabe 3. (10 Punkte)** Beweisen Sie die Linearität der  $z$ -Transformation. Schreiben Sie zunächst auf, was zu zeigen ist und verwenden Sie im Beweis nur elementare Rechengesetze der Arithmetik.

Zu zeigen:

Beweis:

**Aufgabe 4. (10 Punkte)** Sei

$$f_k = \sigma_k 3^k.$$

Berechnen Sie eine Folge  $g_k$  so dass

$$(f * g)_k = \sigma_k 4^k.$$

Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

$$g_k =$$

**Aufgabe 5. (10 Punkte)** Berechnen Sie die Lösung des DGL Systems

$$x_1'(t) = x_1(t) + 3x_2(t)$$

$$x_2'(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

mit den Anfangsbedingungen

$$x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = -1.$$

$$\vec{x}(t) =$$

**Aufgabe 6. (10 Punkte)** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie eine Diagonalisierung von  $A^{-1}$ , d.h. eine Matrix  $T$  und eine Diagonalmatrix  $D$  so dass

$$T^{-1}A^{-1}T = D.$$

$$T =$$

$$D =$$

**Aufgabe 7. (10 Punkte)** Sei

$$f(x, y) = \frac{e^{x-y}}{x+y} \text{ und } \hat{x} = 3, \quad \hat{y} = -2.$$

- Berechnen Sie die Steigung von  $f$  im Punkt  $(\hat{x}, \hat{y})$  in Richtung

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Tangentialebene an  $f$  im Punkt  $(\hat{x}, \hat{y})$ .

**Aufgabe 8.** Sei  $S$  ein System, das eine Folge  $f$  wie folgt transformiert:

$$[S(f)]_k = \sum_{i=-\infty}^k 3^i f_i.$$

Ist das System linear? Geben Sie eine kurze Begründung.

$S$  ist  linear  nicht linear weil