Heilbronn, den - Prof. Dr. V. Stahl

Leistungsnachweis
Mathematik 3

Studiengang:	ASE/IIT	Semester:	3
Hilfsmittel:	5 DIN-A4 Seiten	Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Name:		**Matrikelnr.:**	
Punkte:		Note:	

- Es werden nur leserliche Klausuren bewertet.
- Vereinfachen Sie Ihre Lösungen so weit wie möglich.
- Übertragen Sie Ihre Lösungen am Ende der Prüfungszeit in die Kästen auf dem Aufgabenblatt. Nur diese werden bewertet.

Aufgabe 1. (10 Punkte) Sei

$$f(t) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet \quad F(s).$$

Berechnen Sie hiermit die Laplace Transformierte von $f(t-1)\cos(t)$.

$f(t-1)\cos(t) \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet$

Aufgabe 2. (10 Punkte) Berechnen Sie die Lösung $f(t)$ der folgenden Gleichung, die eine Laplace Transformierte hat.

$$f'(t) + \int_{-\infty}^{t} f(u)du \quad = \quad \sigma(t-1).$$

$f(t) \ =$

Aufgabe 3. (10 Punkte) In einem System bestehe folgender Zusammenhang zwischen Eingangsfunktion $f(t)$ und Ausgangsfunktion $h(t)$:

$$h(t) + h''(t) \quad = \quad f'(t-1).$$

Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ und die Impulsantwort $g(t)$ dieses Systems. Sie dürfen davon ausgehen, dass die Laplace Transformierte von f und h existiert.

$G(s) \ =$

$g(t) \ =$

Aufgabe 4. (10 Punkte) Berechnen Sie die inverse z-Transformierte von

$$F(z) \quad = \quad \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{z^{-1} + z^{-2}}.$$

$f_k \ =$

Aufgabe 5. (10 Punkte) Ein linearer, zeitinvarianter Übertragungskanal mit Impulsantwort

$$f_k \quad = \quad \sigma_k \, k a^k$$

soll durch ein nachgeschaltetes System mit Impulsantwort g_k kompensiert werden. Hierbei wird ein Takt Verzögerung in Kauf genommen, d.h. es gilt

$$(f * g)_k \quad = \quad \delta_{k-1}$$

Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ und die Impulsantwort g_k.

$G(z) =$

$g_k =$

Aufgabe 6. (10 Punkte) Sei S ein diskretes System mit

$$[S(f)]_k \quad = \quad f_{k+1} + 2f_k + 3f_{k-1}.$$

Ist S linear, zeitinvariant, kausal, stabil? Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ dieses Systems.

S ist linear:	☐ ja	☐ nein
S ist zeitinvariant:	☐ ja	☐ nein
S ist kausal:	☐ ja	☐ nein
S ist stabil:	☐ ja	☐ nein

$G(z) \; =$

Aufgabe 7. (10 Punkte) Sei

$$A \quad = \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenräume von A. Nennen Sie zu jedem Eigenwert seine geometrische und seine algebraische Vielfachheit.

Eigenwerte:

Eigenräume:

Geometrische und algebraische Vielfachheiten:

Aufgabe 8. (10 Punkte) Sei $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ eine Matrix mit zwei Eigenwerten

$$\lambda_1 = 3 \text{ und } \lambda_2 = 5.$$

Die Eigenräume sind

$$\begin{aligned} E_3 &= \left\{ a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{C} \right\} \\ E_5 &= \left\{ a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\}. \end{aligned}$$

Berechnen Sie hiermit die allgemeine Lösung des DGL Systems

$$\vec{x}'(t) = A\vec{x}(t).$$

$\vec{x}(t) =$

Aufgabe 9. (10 Punkte) Berechnen Sie die Matrix e^{At} für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie dann das Anfangswertproblem

$$\vec{x}'(t) = A\vec{x}(t) \quad \text{mit} \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$e^{At} =$
$\vec{x}(t) =$